Rezension

Haller, Rudolf & Barth, Friedrich: Berühmte Aufgaben der Stochastik

De Gruyter – Oldenbourg; München 2014

Jörg Meyer, Hameln

Generationen von Schülerinnen und Schülern haben Stochastik nach dem gleichnamigen Schulbuch von F. Barth und R. Haller gelernt; die Autoren haben sich damit um die Förderung der Stochastik sehr verdient gemacht. Erfreulicherweise haben sie das nicht zum Anlass genommen, sich auf ihren Lorbeeren auszuruhen (wie auch schon aus der Fülle der Aufsätze beider Autoren in dieser Zeitschrift deutlich wird), sondern haben mit großem Fleiß und fast noch größerer Akribie in vielerlei Quellen geforscht, um die Genese und die ersten Lösungsansätze (samt moderner Behandlung) von vielerlei Aufgaben aus der Stochastik darzustellen. Das Resultat ist ein auch handwerklich schön gemachtes Buch mit nur wenigen Druckfehlern.

Das Adjektiv im Titel „Berühmte Aufgaben" stellt eine Untertreibung dar: Nicht alle im Buch enthaltenen Aufgaben sind nach meiner Kenntnis „berühmt"; viele jedoch sind zumindestens interessant.

Das Substantiv „Aufgaben" hingegen ist treffend gewählt: Die Autoren verzichten weitgehend darauf, die Entwicklung der Aufgabenkontexte im Laufe der Zeit darzustellen (d. h. wie sich eine Aufgabe gewandelt oder erweitert hat, zu welchen Begriffsbildungen oder Theorien sie Anlass gegeben hat), sondern lassen den Leser selber entdecken, wie viel „Musik" in vielen alten Aufgaben steckt. Diesem Konzept entspricht die sich an den Jahreszahlen der Erstpublikationen orientierende Anordnung; will man hingegen wissen, wann etwa der Erwartungswert zum ersten Mal verwendet wurde, muss man im Buch etwas suchen. Für eine weitere Auflage sollte das Sachregister ausführlicher ausfallen.

Naturgemäß gehören die Aufgaben bis etwa zum 17. Jahrhundert vor allem zur Kombinatorik.

Das tatsächlich sehr berühmte problème des parties (ursprünglich von 1494) wird ausführlich mit unterschiedlichen Lösungsvarianten geschildert. Diverse Probleme von Huygens (und später erwartungsgemäß bei Jakob Bernoulli) befassen sich mit der Binomial- bzw. mit der hypergeometrischen Verteilung, aber auch mit Sterbetafeln und dem Median (1669). Der Unterschied zwischen arithmetischem Mittel und Median kommt auch bei Cardano und Jakob Bernoulli zum Tragen; letzterer hat auch wohl als erster mit dem Erwartungswert operiert (der im Buch zwar schon vorher vorkam, aber, wenn ich es richtig gesehen habe, immer nur in den modernen Lösungen).

Offenbar war Jakob Bernoulli auch der erste, in dessen Lösung eines Problems von Montmort die Verwendung von erzeugenden Funktionen (natürlich, ohne sie explizit zu verwenden oder sie gar so zu benennen) hineininterpretiert (oder herausgelesen) werden kann.

Das berühmte Petersburg-Paradoxon von Nikolaus Bernoulli mit seinen unterschiedlichen Varianten wird mit diversen historischen Lösungsansätzen ausführlich präsentiert. Schon in dieser Zeitschrift (Barth/Haller (2011)) haben die Autoren die Behandlung des Problems, mit welcher Wahrscheinlichkeit morgen die Sonne aufgeht, in historischer Perspektive behandelt – ein Problem, dessen philosophische Tragweite (über Hume zu Kant) bedeutend größer ist als die mathematische. Die damit verbundene „Folgeregel" und die Formel von Bayes werden ausführlich in ihren historischen Ansätzen geschildert. Das ebenfalls in dieser Zeitschrift schon dargestellte Casanova-Problem (Barth/Haller (2012a)), wonach bei der Augensumme zweier Würfel gerade Zahlen häufiger vorkommen sollen als ungerade, lässt sich schon mit elementaren Mitteln einsichtig behandeln und wird von den Autoren angemessen verallgemeinert.

Die im Vorwort genannte Beschränkung, „zu zeigen, wie die Mathematiker mit den Hilfsmitteln ihrer Zeit" ihre Probleme lösten, wird mit Augenmaß eingehalten und nicht blind befolgt. Daher kann man der Ansicht sein, dass die Paradoxien bei den Wahlverfahren nach Borda und Condorcet sowie der damit zusammenhängende Unmöglichkeitssatz von Arrow eine wesentlich ausführlichere Behandlung (vgl. etwa Meyer (1995 und 1998)) verdient hätten.

Ab der zweiten Hälfte des 19. Jahrhunderts werden die Probleme deutlich vielfältiger. Man erfährt, dass sich auch Richard Dedekind mit Stochastik befasst hat und dabei auch gleich ein Urnenparadoxon gefunden hat, das zumindestens mir vorher nicht bekannt war. Hermann Laurent hat das Sinusprodukt erfolgreich auf stochastische Fragestellungen angewendet (die Laurent-Reihen sind nach P. A. Laurent benannt). Natürlich gab es viele Probleme rund um die Bayes-Formel (etwa Bertrands Drei-Kästchen-Problem). Größeren Raum nimmt das berühmte Geburtstagsproblem ein, das offenbar bei von Mises zum ersten Mal auftritt, zusammen mit naheliegenden Verallgemeinerungen (vgl. auch Barth/Haller (2012b und 2013)).

Nicht jeder Leser wird alle Probleme gleich interessant finden, aber wohl jeder Leser wird mehrere Probleme finden, die ihn ansprechen. Bei mir war es vor allem das Konzept des Begünstigens nach Chung (1942), das mich zu eigenen Überlegungen angeregt hat (danach erinnerte ich mich an die schöne Analyse von Borovcnik (1992), Kap. 3.2). „Begünstigt“ und „benachteiligt“ sind symmetrische Relationen; sie sollten mit symmetrischen Symbolen (wie „$\uparrow$“ und „$\downarrow$“) gekennzeichnet werden. In diesem Unterabschnitt findet sich, was man bei diesen Autoren gar nicht erwartet hätte, ein falscher Beweis (zur Nichttransitivität von „benachteiligt“; das Zahlentripel $\{-3; 2; 10\}$ ist ein einfaches Gegenbeispiel für die Nichttransitivität). Dass die Autoren Chungs aufwändiges Gegenbeispiel für die Nichttransitivität von „begünstigt“ zitieren, zeigt die historische Sorgfalt ($\{-10; -3; 2\}$ hätte es auch getan).

Dass Rekorde mit Potenzsummen und insofern mit Bernoulli-Zahlen zusammenhängen, wird nicht jeder Leser vermutet haben. Haller und Barth beschreiben die Genese bei Joseph Bertrand (der u. a. durch das nach ihm benannte Drei-Kästchen-„Paradoxon“ berühmt wurde) sowie die Behandlung der Rekorde bei Arthur Engel. Dieser Ansatz wird bei Henze (2008) ausgebaut.

Dass das berühmte und vielfältig behandelte „Problem des anderen Kindes“ in anderer (zunächst viel komplizierter) Formulierung von Erwin Schrödinger stammt: Auch so etwas erfährt man bei Haller und Barth.

Das Werk schließt mit dem Simpson-Paradoxon und dem pairwise-worst-best paradox von Blyth, in dem allerdings deutlich mehr steckt, als von den Autoren angedeutet wird (vgl. etwa Meyer (1995)).

Manche Probleme wiederholen sich – nicht aber die Lösungswege! So wird die Summe der Quadrate von Binomialkoeffizienten von mehreren Autoren recht unterschiedlich angegangen.

Die profunde humanistische Bildung der Autoren des vorliegenden Buches zeigt sich auch in Kleinigkeiten: Der Leser erfährt beispielsweise, warum Voltaire sich so genannt hat (S. 70), inwiefern Caesars „alea iacta est“ eine irreführende Übersetzung ist (S. 96: Die Würfel sind nicht schon gefallen, sondern sind erst hochgeworfen), woher das „Korollar“ stammt (S. 142), wann das Lotto in seiner heutigen Form eingeführt wurde (S. 145) und vieles mehr; man bekommt auch einen Eindruck von der Intensität, mit der sich etwa Pascal stochastischen Problemen widmete.

Insgesamt handelt es sich um ein sehr schönes Buch, das zu vielen eigenen Überlegungen anregt!

Literatur

Barth, F./Haller, R. (2011): Geht die Sonne morgen wieder auf?. In: *Stochastik in der Schule* 31 (2); S. 6–17.

Barth, F./Haller, R. (2012a): Numero deus impare gaudet. In: *Stochastik in der Schule* 32 (1); S. 15–20.

Barth F./Haller R. (2012b): Besetzungen und Geburtstage. In: *Stochastik in der Schule* 32 (3), S. 20–27.

Barth, F./Haller, R. (2013): Gemeinsame Geburtstage. In: *Stochastik in der Schule* 33 (1); S. 25–32.

Borovcnik, M. (1992): Stochastik im Wechselspiel von Intuitionen und Mathematik. Mannheim: BI Wissenschaftsverlag.

Henze, N. (2008): Rekorde. In: *Der Mathematikunterricht* 54 (1), S. 16–23.

Meyer, J. (1995): Einfache Paradoxien der beschreibenden Statistik. In: *Stochastik in der Schule* 15 (2), S. 27–50.

Meyer, J. (1998): Paradoxien bei direkten Wahlen. In: *Mathematik lehren* 88, S. 50–54.